

CALCOLO ELETTROMAGNETICO SU SISTEMI HPC

*Andrea Gaetano Chiariello, Alessandro Formisano, Francesco Ledda, Raffaele Martone,
Francesco Pizzo*

Dipartimento di Ingegneria Industriale e dell'Informazione, Seconda Università di Napoli
Via Roma 29, Aversa (CE), e-mail: andrea.gaetano.chiariello@unina2.it

Parole chiave: *Magnetostatica, HPC, GPU*

Introduzione

La valutazione ad alta accuratezza del campo magnetico prodotto da magneti di forma complessa può essere un compito computazionalmente molto oneroso. Per diminuire tale costo, preservando il livello di accuratezza, la struttura del magnete, eventualmente 3D, può essere decomposta in un certo numero di “sotto-strutture” elementari (segmenti, brick, archi [1], [3]) di cui sia nota in forma analitica la relazione che fornisce il campo di una corrente unitaria data la geometria (*funzione di Green*). In questo lavoro vengono riportati i risultati di un confronto critico dei vari modelli disponibili, e della parallelizzazione del calcolo con architetture di calcolo innovative quali le GPU. Si mostra come formule analitiche usate guadagnino nuovo interesse proprio dalla disponibilità di tali architetture.

Modello matematico

La densità di flusso $\mathbf{B}(\mathbf{r}_0)$ prodotta in assenza di ferro da un magnete nel punto campo \mathbf{r}_0 può essere valutata usando la sovrapposizione dei contributi delle strutture elementari in cui è decomposto il magnete:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_0) = \sum_{k=1}^N \mathbf{G}_k(\underline{p}; \mathbf{r}_0) i_k \quad (1)$$

dove \mathbf{r}_0 è il punto campo, N è il numero di strutture elementari considerate, \mathbf{G}_k è la funzione di Green della k -esima struttura (descritta da un set di parametri \underline{p}), e i_k è la corrente. Se tale contributo è disponibile in forma analitica, il che accade per alcune importanti strutture elementari (ad esempio segmenti filiformi, archi di circonferenza, prismi con densità di corrente uniforme), è possibile ottenere il valore effettivo di \mathbf{B} semplicemente sommando opportunamente le singole funzioni di Green elementari, valutate analiticamente e quindi con ridotto carico computazionale, e pesate poi per la corrente effettiva. Ad esempio nel caso dei segmenti filiformi, la funzione di Green [1], [2] è particolarmente semplice

$$\mathbf{G}^{stick} = \mu_0 \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{c} \times \mathbf{a}}{|\mathbf{c} \times \mathbf{a}|^2} \left(\frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}}{|\mathbf{c}|} - \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{b}|} \right) \quad (2)$$

essendo \mathbf{b} e \mathbf{c} sono le distanze degli estremi del segmento dal punto campo \mathbf{r}_0 , e \mathbf{a} la distanza dei due estremi.

Discretizzazione dei conduttori

In questa sede il conduttore è considerato di sezione costante. Si assume di conoscere la sua Current Center Line. La curva viene discretizzata con un numero adeguato di nodi e attraverso essi sono costruiti i segmenti filiformi e i prismi atti a descrivere il conduttore. Particolare attenzione è stata riservata alla conservazione dell'area del conduttore per garantire il rispetto del momento magnetico: difatti una schematizzazione basata sulle tangenti alla curva determina la sovrastima dell'area, una basata sulle secanti una sottostima. Analisi accurate sulla scelta ottima sono state sviluppate, basate su approssimazioni intermedie capaci di rispettare l'area ed il momento magnetico.

Confronto tra le diverse funzioni di Green

La funzione di Green relativa ai segmenti filiformi è particolarmente semplice, e computazionalmente economica. Appare quindi ragionevole chiedersi quando sia conveniente usare funzioni di Green più complesse, relative ad esempio a strutture quali i prismi [4]. Nella Tab. II viene confrontato il costo computazionale dei due casi. Qualche dettaglio circa l'hardware usato è riportato in Tab. I.

Accelerazione GPU

L'architettura delle schede video è massivamente parallela: tale design è guidato dalla necessità di elaborare grandi quanti di dati (i *pixel* di una immagine) in tempi molto brevi, pertanto la maggior parte del processore è dedicata alle unità aritmetico logiche, sacrificando le unità di controllo e la cache. Per tali motivi gli algoritmi normalmente utilizzati su CPU vanno rivisti ed adattati su GPU [5]. Va inoltre tenuto conto anche della particolare struttura della memoria disponibile sulle schede video: per ottenere le massime prestazioni le scritture in memoria globale devono essere aggregate, ovvero unità di calcolo adiacenti devono accedere a locazioni di dati adiacenti; in questo modo, l'accesso alla memoria viene parallelizzato dall'hardware. Quindi anche le strutture dati utilizzate vanno attentamente riviste, riorganizzando i dati in tale ottica anche a costo di dover duplicare alcuni dati. Tali nozioni sono state applicate a un codice per il calcolo di conduttori complessi. Il calcolo della (1) è stato parallelizzato assegnando ad ogni *core* il calcolo del contributo di un certo numero di segmenti filiformi/prismi in un dato punto campo; la somma finale dei singoli contributi è invece svolta in CPU [2]. I risultati mostrano accelerazioni, rispetto all'uso di processori classici, nell'ordine dei 30x.

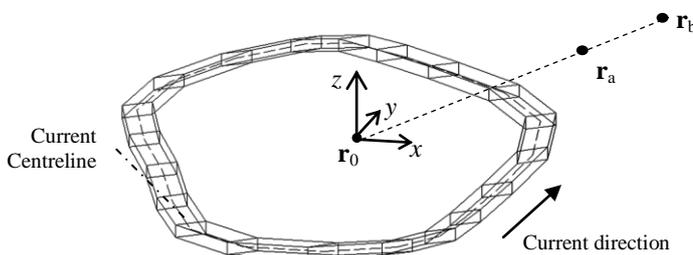


Fig.1 Decomposizione di un magnete in prismi

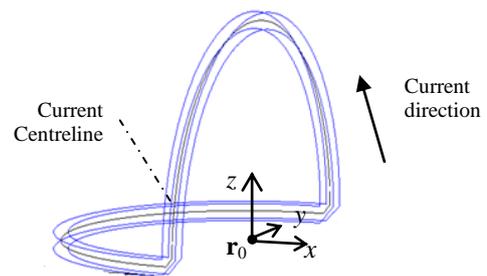


Fig.2 Magnete 3D

Tab. I Caratteristiche HW

Cluster	2 server
CPU	2 Intel Xeon E5-2690
CPU Cores	8
CPU Cache	20 MB
GPU Device	2 Nvidia K20/ server
GPU Cores	2048
GPU Global Mem	5GB

Tab. II Tempi per la valutazione del campo in un punto

	CPU	GPU
Tempo Stick [s]	$2,91 \times 10^{-8}$	$4,17 \times 10^{-10}$
Tempo Brick [s]	$3,19 \times 10^{-6}$	$4,73 \times 10^{-8}$
Breakeven	110	114

BIBLIOGRAFIA

- [1] H. A., Haus, J. R. Melcher. *Electromagnetic fields and energy*, New Jersey: Prentice Hall, 1989.
- [2] A. G. Chiariello, A. Formisano, R. Martone, "Fast magnetic field computation in fusion technology using GPU technology", *Fusion Eng. Des.*, Vol. 88, no. 9-10, pp. 1635-1639, Oct. 2013.
- [3] L. Urankar, "Vector potential and magnetic field of current-carrying finite arc segment an analytical form, part III: exact computation for rectangular cross section", *IEEE Trans. Mag.*, Vol. 18, no. 6, pp. 1860-1867, Nov. 1982.
- [4] S. I. Babic, C. Akyel, "An improvement in the calculation of the magnetic field for an arbitrary geometry coil with rectangular cross section", *Int J. Numer. Model.*, vol. 18, no. 6, pp. 493-504, Oct. 2005.
- [5] D. Kirk, W. Hwu, *Programming Massively Parallel Processors: A Hands-on Approach II ed.*, Morgan Kaufmann, Burlington, MA, 2012.