

# DINAMICHE NON LINEARI IN SISTEMI DI ORDINE INTERO E FRACTIONAL: “ELEGANT CHAOS”

*Giuseppe Grassi, Donato Cafagna*

Università del Salento  
Dipartimento di Ingegneria dell’Innovazione  
Via per Monteroni, 73100 LECCE

**Keywords:** *Nonlinear Dynamics, Fractional-order systems, Elegant Chaos*

Nel 2013 l’Unità di Ricerca di Lecce (Università del Salento) si è occupata di metodologie innovative nell’analisi di circuiti e sistemi non lineari, con particolare riferimento allo studio di sistemi caotici di ordine frazionario e alla loro sincronizzazione.

Per quanto riguarda la sincronizzazione del caos, sulla base dei risultati precedentemente conseguiti in collaborazione con il Department of Electrical Engineering della Western Michigan University (USA) [1]-[2], nel 2013 l’Unità di Lecce ha continuato la sua attività di ricerca sulla sincronizzazione di sistemi descritti da derivate non intere (fractional projective synchronization). Il metodo proposto realizza la sincronizzazione di un sistema “slave” ove le variabili sono scalate (di un fattore costante) rispetto alle corrispondenti variabili del sistema “master”. I primi risultati sulla sincronizzazione “fractional” sono stati pubblicati di recente su rivista internazionale [3].

Per quanto riguarda lo studio dei sistemi caotici di ordine non intero, sulla base del metodo di Adomian descritto in [4], sono stati studiati il circuito di Chua “fractional” [5] ed il sistema di Rossler “fractional” [6]-[7]. Con riferimento alla sincronizzazione “fractional”, è stato pubblicato su rivista internazionale [8] un nuovo metodo per valutare se un sistema assume o meno un comportamento caotico. Il metodo, chiamato “*0-1 test for chaos*”, consente di stabilire il comportamento caotico di un sistema “fractional” quando un particolare indice, definito in [7]-[8], assume valore “1”. Quando l’indice assume il valore “0”, il sistema “fractional” ha invece un comportamento regolare o periodico. Il test è stato applicato con successo a diversi sistemi di ordine non intero [7]-[8]. In particolare, il test ha verificato con successo l’avvenuta sincronizzazione per l’ampia classe di sistemi “fractional” definita in [8], ove la sincronizzazione è “esatta” in quanto la dinamica del sistema errore è lineare, grazie ad una opportuna scelta del segnale scalare trasmesso.

Infine, nel 2013 è stato avviato lo studio di una nuova classe di sistemi “fractional”, caratterizzati dall’assenza di punti di equilibrio. In tali sistemi sono state riscontrate dinamiche caotiche innovative, definite “elegant chaos” [9]. I primi risultati, che appaiono estremamente promettenti, sono stati pubblicati dall’Unità di Lecce su rivista internazionale [9].

## Bibliografia

- [1] D. A. Miller, G. Grassi, "Experimental Realization of Observer-based Hyperchaos Synchronization", *IEEE Transactions on Circuits and Systems – Part I*, vol. 48, n. 3, pp. 366-374, 2001.
- [2] G. Grassi, D. A. Miller "Arbitrary observer scaling of all chaotic drive system states via a scalar synchronizing signal", *Chaos, Solitons & Fractals*, vol.39, no.3, pp.1246-1252, 2009.
- [3] D. Cafagna, G. Grassi, "Observer-based projective synchronization of fractional systems via a scalar signal: Application to hyperchaotic Rossler systems", *Nonlinear Dynamics*, vol.68, no.1-2, pp.117-128, 2012.
- [4] D. Cafagna, G. Grassi, "Decomposition method for studying smooth Chua's equation with application to hyperchaotic multiscroll attractors", *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol.17, no.1, pp.209-226, 2007.
- [5] D. Cafagna, G. Grassi, "Chaotic Dynamics of the Fractional Chua's Circuit: Time-domain Analysis via Decomposition Method", Proc. of the *2007 European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD '07)*, Seville, Spain, August 26-30, 2007.
- [6] D. Cafagna, G. Grassi, "Hyperchaos in the fractional-order Rossler system with lowest order", *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol.19, no.1, pp.339-347, 2009.
- [7] D. Cafagna, G. Grassi, "An effective method for detecting chaos in fractional-order systems", *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol.20, no.3, pp.669-678, 2010.
- [8] D. Cafagna, G. Grassi, "Observer-based synchronization for a class of fractional chaotic systems via a scalar signal: Results involving the exact solution of the error dynamics", *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol.21, no.3, pp.955-965, 2011.
- [9] D. Cafagna, G. Grassi, "Elegant chaos in fractional-order system without equilibria", *Mathematical Problems in Engineering*, Article ID 380436, 2013.