

Lezione n. 1

*Introduzione all'analisi numerica
(richiami di algebra lineare e analisi funzionale)*

Programma

1. Introduzione all'analisi numerica (richiami di algebra lineare e analisi funzionale, metodi diretti ed iterativi per la soluzione di sistemi di equazioni lineari e non lineari)
 2. Formulazioni in termini di campo e di potenziale (campi elettromagnetici stazionari e lentamente variabili)
 3. Metodo delle differenze finite (classificazione delle equazioni e consistenza, stabilità e convergenza nel caso parabolico)
 4. Introduzione al metodo degli elementi finiti (caso 2D elettrostatico: residui pesati, Galerkin, costruzione e proprietà della matrice, condizioni al contorno)
 5. Applicazioni avanzate del metodo degli elementi finiti (problemi 3D, edge elements, formulazioni complementari e stima dell'errore, trattamento di domini non limitati, transitori, problemi agli autovalori)
 6. Formulazioni integrali (formulazione integrale di volume per problemi di correnti indotte, cenni su boundary elements).
-
- a. *V. Comincioli: Analisi Numerica: Metodi, Modelli, Applicazioni, McGraw-Hill Italia, Milano, 1990*
 - b. *S. R. H. Hoole: Computer Aided Design of Electromagnetic devices, Elsevier, 1989*
 - c. *R. Albanese, G. Rubinacci, F. Villone: Some Applications of Computational Electromagnetics, <http://nettuno.unina.it/guardians/resources.html>, M. de Magistris e L. De Menna (Univ. Napoli Federico II - Consorzio Nettuno / GUARDIANS project) Eds., 2002*
 - d. *F. Trevisan, F. Villone: Modelli Numerici per Campi e Circuiti, Servizi Grafici Editoriali, Padova, 2003*

Lezioni

1. *Introduzione all'analisi numerica (richiami di algebra lineare e analisi funzionale)*
2. *Introduzione all'analisi numerica (metodi diretti ed iterativi per la soluzione di sistemi di equazioni lineari e non lineari)*
3. *Metodo delle differenze finite (classificazione delle equazioni e consistenza, stabilità e convergenza nel caso parabolico)*
4. *Formulazioni in termini di campo e di potenziale (campi elettromagnetici stazionari e lentamente variabili)*
5. *Introduzione al metodo degli elementi finiti (caso 2D elettrostatico: residui pesati, Galerkin, costruzione e proprietà della matrice, condizioni al contorno)*
6. *Introduzione al metodo degli elementi finiti: formulazioni variazionali*
7. *Un esempio di applicazione del metodo degli elementi finiti: calcolo della capacità di un condensatore piano*
8. *Metodo degli elementi finiti (problemi 3D, edge elements, trattamento di domini non limitati, transitori, problemi agli autovalori)*
9. *Stima dell'errore. Minimizzazione dell'errore costitutivo.*
10. *Formulazioni integrali (formulazione integrale di volume per problemi di correnti indotte, cenni su boundary elements)*

Obiettivi

1. Fornire la conoscenza di base relativa agli strumenti di calcolo automatico:
 - per utilizzare correttamente gli strumenti disponibili tenendo in debito conto le relative potenzialità e limitazioni
 - per adattare o sviluppare adeguati strumenti di calcolo per esigenze di ricerca non contemplate dalle applicazioni standard
2. Illustrazione delle principali tecniche di analisi con relativa bibliografia
3. Trattamento approfondito di un insieme limitato di metodi numerici

Analisi di un problema reale

- Modello fenomenologico
- Formulazione matematica
- Formulazione numerica
- Soluzione numerica
- Verifica

Introduzione all'analisi numerica

- IMPLICAZIONI DELL'UTILIZZO DEL CALCOLATORE:
 - rappresentazione in virgola mobile (IEEE standard, eps, realmax, realmin)
 - errori di arrotondamento (effetto su relazioni di uguaglianza e proprietà associativa)
 - necessità di modificare l'impostazione di un problema ai fini della risoluzione numerica per problemi di tempo (es. Cramer), di memoria (es. inversione matr. sparse) o di stabilità numerica (es. pivoting nell'eliminaz. di Gauss)
 - rappr. dati e unità di misura (normalizzati all'interno della procedura di calcolo e SI in I/O)
 - linguaggio di riferimento in queste lezioni: Matlab

Richiami di algebra lineare ed analisi funzionale (1)

- SPAZIO VETTORIALE:
 - Definizione
 - Base e dimensione per uno spazio a dimensione finita
 - Esempio di spazio vettoriale a dimensione non finita
- NORMA:
 - Definizione
 - Esempi di norme vettoriali
 - Spazi di Banach
 - Base per uno spazio di Banach
 - L^2 , L^2_{grad} , \mathbf{L}^2 , \mathbf{L}^2_{div} , \mathbf{L}^2_{rot}
 - Equivalenza di norme negli spazi a dimensioni finite
 - Norme matriciali: norme indotte, consistenti e moltiplicative
 - Teorema di Householder

Richiami di algebra lineare ed analisi funzionale (2)

- **MATRICI:**
 - Moltiplicazione di matrici, inversa e trasporto di un prodotto
 - Matrici triangolari, diagonali, scalari
 - Matrici simmetriche ed Hermitiane
 - Matrici normali, ortogonali, unitarie, di permutazione
 - Matrici simmetriche positive definite
 - Trasformazioni simili; matrici diagonalizzabili
 - Matrici a dominanza diagonale

- **AUTOVALORI ED AUTOVETTORI:**
 - Molteplicità algebrica e geometrica
 - Stima e localizzazione degli autovalori
 - Quoziente di Rayleigh
 - Metodo delle potenze
 - Teorema di Gerschgorin

Richiami di algebra lineare ed analisi funzionale (3)

- FATTORIZZAZIONE DI MATRICI:
 - Fattorizzazione LU ed eliminazione di Gauss
 - Altre fattorizzazioni (Cholesky, Crout, QR, ...)
 - SVD
- PSEUDOINVERSIONE di $Ax=b$:
 - I trasf. di Gauss (min. quadr.): $\min \|Ax-b\|_2 \Rightarrow x = A^+b = (A^T A)^{-1} A^T b$
 - II trasf. di Gauss: $\min \|x\|_2 \text{ s.t. } Ax=b \Rightarrow x = A^+b = A^T (A A^T)^{-1} b$
 - Pseudoinversione tramite SVD: $A = USV^T \Rightarrow x = VS^+U^T b$
- MATRICI MAL CONDIZIONATE:
 - Numero di condizionamento: $\|\delta x\| / \|x\| \leq (\|A\| \|A^{-1}\|) \|\delta b\| / \|b\|$
 - Regolarizzazione di Tychonov: $\min \|x\|_2 \text{ s.t. } \|Ax-b\|_2 = \varepsilon$