

Metodi e tecniche di ottimizzazione innovative per applicazioni elettromagnetiche

Introduzione

M. Repetto

Politecnico di Torino, Dip. Ingegneria Elettrica Industriale



Contents

- Scopo del corso
- Definizioni operative
- Classificazione delle tecniche di ottimizzazione
- Classificazione dei problemi di ottimizzazione
- Nozioni comuni a diversi algoritmi
 - struttura dell'algoritmo
 - metodi basati su popolazione di individui
 - strategia di ricerca
 - accuratezza valutazione problema forward
 - integrazione della conoscenza specifica



Scopo del corso (1/2)

- Presupposti del presente corso:
Optimization in Electrical Engineering
tenuto dal Prof. Christian Magele dell'Università di Graz nel 2003, i cui contenuti erano:
 - ottimizzazione classica con metodi differenziali
 - algoritmi di ottimizzazione deterministica
 - algoritmi di ottimizzazione stocastica
 - algoritmi genetici
 - tecniche evoluzionistiche
 - Particle Swarm Optimization



Scopo del corso (2/2)

- Il presente ciclo di lezioni si propone di:
 - riproporre un'introduzione all'ottimizzazione senza ripercorrerne in dettaglio le parti classiche
 - presentare un quadro complessivo delle tecniche stocastiche
 - tecniche evoluzionistiche (ES+GA)
 - tecniche collettive (PSO, ACO)
 - algoritmi immuni
 - definire il problema di ottimizzazione multi-obiettivo
 - Pareto Ottimalita'
 - tecniche di scalarizzazione
 - tecniche basate sull'approccio paretiano
 - esemplificare le tecniche presentate mediante alcuni casi applicativi nell'ambito dell'ingegneria elettrica





Cram them full of non-combustible data, chock them so damned full of "facts" they feel stuffed, but absolutely "brilliant" with information. Then they'll feel they are thinking, they'll get a sense of motion without moving. And they will be happy, because facts of that sort don't change. Don't give them any slippery stuff like philosophy or sociology to tie things up with. That way lies melancholy.

Ray Bradbury "Fahrenheit 451" 1954



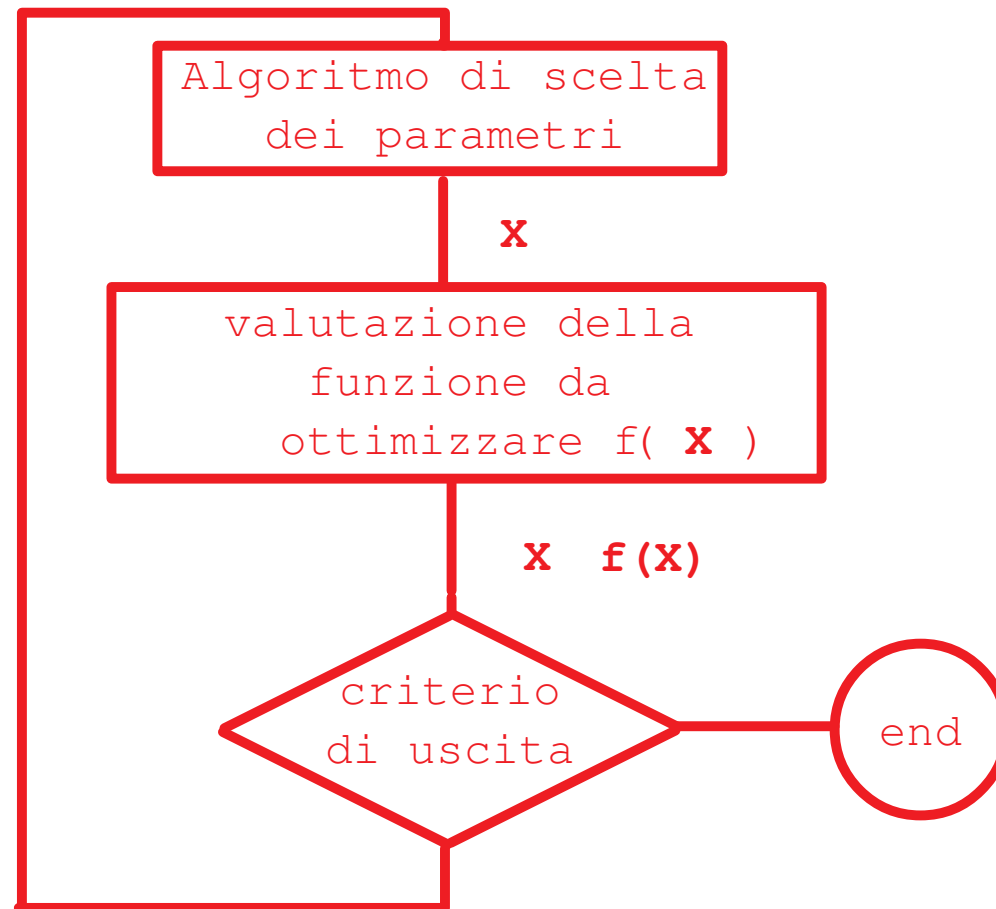
Definizioni operative (1/8)

- Ottimizzazione come "... searching, in an intelligent manner" *Luenberger*
- Le tecniche di ottimizzazione si sviluppano dal calcolo variazionale come tecniche per trovare l'estremo di una funzione
- diverse scienze applicate recepiscono i concetti matematici
 - progetto ottimo in campo ingegneristico, inizi in campo aeronautico
 - ricerca operativa in ambito manageriale/economico
 - scienze sociali



Definizioni operative (2/8)

- L'applicazione delle tecniche di ottimizzazione in ambito ingegneristico puo' essere rappresentata come



Definizioni operative (3/8)

- il vettore X e' definito come il vettore della variabili del problema o dei gradi di liberta' (Degree of Freedom DoF) e puo' essere:
 - floating point (variabile geometrica, corrente di alimentazione, caratteristica del materiale etc.)
 - integer (numero di spire, numero di utilities etc.)
 - logical (acceso/spento, esiste/non esiste etc.)
- sui $DoF \in \mathbb{R}$ esistono limiti di fattibilita': $x_{Li} \leq x_i \leq x_{Ui}$ la regione e' quindi un ipercubo o *bounding box*
- i DoF possono essere molto diversi tra loro quantitativamente e puo' essere necessaria una normalizzazione



Definizioni operative (4/8)

- il problema viene definito come:

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{X}) \\ & \text{subject to } c_i(\mathbf{X}) \leq C_i \\ & \mathbf{X} \in \text{bounding box} \end{aligned}$$

- le funzioni $c_i(\mathbf{X})$ sono i vincoli del problema



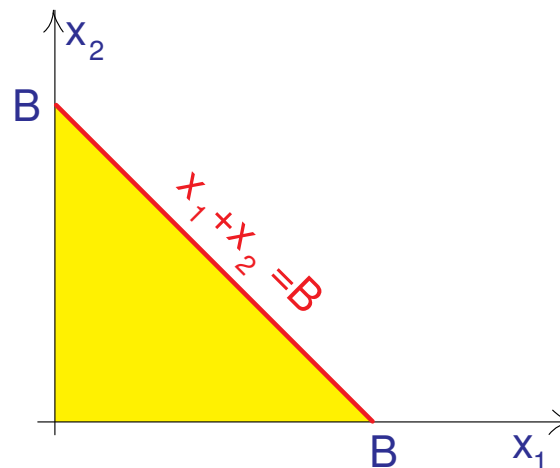
Definizioni operative (5/8)

- i vincoli legano tra di loro i DoF del problema, ad es. vincolo di budget

$$x_1 + x_2 \leq B, x_1 > 0, x_2 > 0$$

dove x_1 e x_2 sono le somme che possono essere spese per l'acquisto di merce

- la zona che soddisfa i vincoli del problema viene detta regione di fattibilità o ammissibilità (Feasibility Region FR)



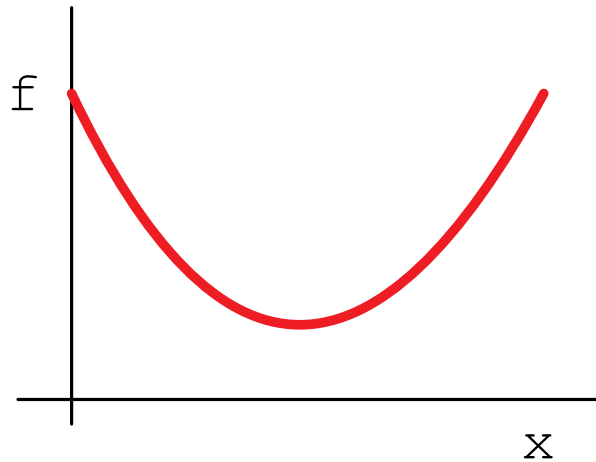
Definizioni operative (6/8)

- la funzione da ottimizzare $f(\mathbf{X})$ (Objective Function OF , cost function etc.) può essere unica o costituita da più valori:
 - unico valore funzione $\rightarrow$ ottimizzazione scalare o singolo obiettivo
 - vettore di funzioni $\rightarrow$ ottimizzazione vettoriale o multi-obiettivo
- la funzione può essere valutata in maniera:
 - analitica
 - numerica mediante codice di analisi (soluzione circuitale, procedura ad elementi finiti etc.)
 - approssimata mediante macromodelli (interpolazioni, reti neurali etc.)

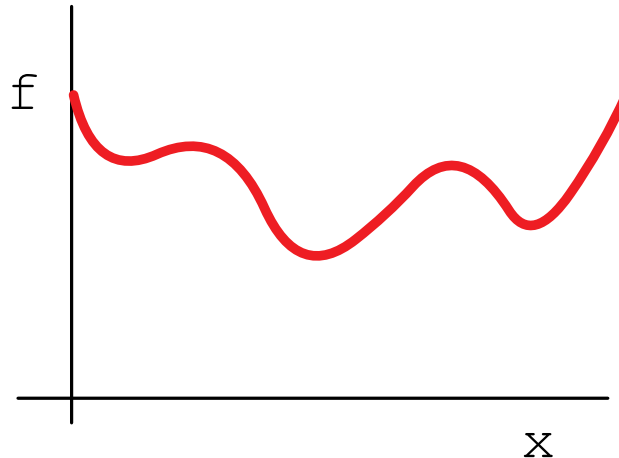


Definizioni operative (7/8)

- la funzione può essere unimodale:

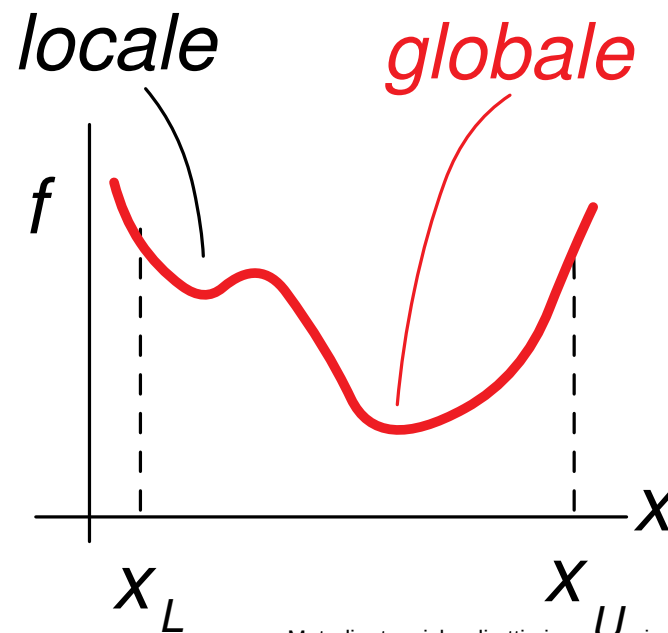


- multimodale



Definizioni operative (8/8)

- la multimodalità della funzione da ottimizzare comporta che ci siano diversi tipi di estremo:
 - **ottimo locale**: punto che minimizza/massimizza la funzione all'interno di una regione limitata
 - **ottimo globale**: punto che minimizza/massimizza la funzione all'interno di tutto il dominio di variazione dei parametri



Classificazione dei problemi

- I problemi di ottimizzazione scalare si possono classificare in maniera diversa secondo vari criteri:
 - tipologia di funzione obiettivo
 - numero di variabili del problema
 - tipo di algoritmo utilizzato



Funzione obiettivo (1/3)

- Se la OF e' definita in maniera analitica e' possibile stabilire alcune sue proprieta' e di conseguenza quali sono gli algoritmi che meglio affrontano la sua ottimizzazione
- funzione obiettivo lineare: ad es. il costo di produzione dell'energia elettrica
$$f(P_1, P_2, P_3) = c_1 * P_1 + c_2 * P_2 + c_3 * P_3$$
dove c_i sono i costi per unita' di potenza prodotta di diverse tipologie, ad esempio turbogas (P_1), idroelettrico (P_2), combustibile fossile (P_3)
- questo tipo di problemi sono classificati come Linear Programming LP ed hanno a disposizione una vasta classe di algoritmi e di implementazioni commerciali



Funzione obiettivo (2/3)

- funzione obiettivo quadratica: ad esempio minimizzare lo scarto rispetto ad un valore di energia in un sistema di conduttori

$$(1) \quad f(i_1, \dots, i_N) = W_0 - \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} L_{jk} i_j * i_k$$

- anche in questo caso sono presenti algoritmi di soluzione ad hoc per il problema



Funzione obiettivo (3/3)

- molto spesso nei problemi ingegneristici la funzione obiettivo e' campionata attraverso tecniche numeriche e quindi non e' possibile definire a priori alcuna ipotesi sul suo comportamento
- la scelta dell'algoritmo di ottimizzazione va perciò spesso effettuata realizzando un compromesso tra:
 - velocità di convergenza
 - affidabilità della soluzione



Algoritmo di soluzione

- gli algoritmi di ottimizzazione possono essere suddivisi in:
 - algoritmi classici o deterministici
 - stocastici



Algoritmi deterministici (1/2)

- gli algoritmi deterministici determinano l'estremo locale della funzione facendo uso delle condizioni di ottimalita'
 - azzeramento del gradiente
 - matrice Hessiana definita positiva (minimo)
- la qualita' del risultato ottenuto dipende dal punto di partenza della ricerca
- la qualita' e la velocita' di questi metodi sono influenzate dalle modalita' di calcolo del gradiente (analitico/numerico)
- attraverso formulazioni modificate del problema (lagrangiana) consentono di rispettare in maniera rigorosa i vincoli del problema



Algoritmi deterministici (2/2)

- un'ulteriore classificazione degli algoritmi puo' essere fatta in base all'ordine di derivazione massimo utilizzato:
 - **Metodi di ordine zero** utilizzano solo campionamenti della funzione obiettivo
 - **Metodi di ordine uno** utilizzano campionamenti della funzione obiettivo e del suo gradiente rispetto ai DoF
 - **Metodi di ordine due** utilizzano campionamenti della funzione obiettivo, gradiente ed hessiano rispetto ai DoF
- in una funzione con n DoF la valutazione del gradiente per via numerica richiede il campionamento della funzione in $n + 1$ punti



Time-line ottimizzazione classica

1944 Levenberg A method for the solution of certain problems in nonlinear least squares, *Quart. Appl. Math.*, 2, 164-166

1951 Kuhn Tucker Nonlinear Programming, *Proc. 2nd Berkeley Symposium on Math Statistics Probability*

1960 Rosenbrock An automatic method for finding the greatest or least value of a function, *Computer Jour.*, Vol. 3, October, pp. 175-184

1961 Hooke Jeeves Direct Search Solution of Numerical and Statistic Problems, *Journal of the ACM*, Vol. 8, No. 2, April, pp. 212-229

1963 Fletcher Powell A rapidly convergent descent method for minimization, *Computer Jour.*, Vol. 6, June, pp. 163-168

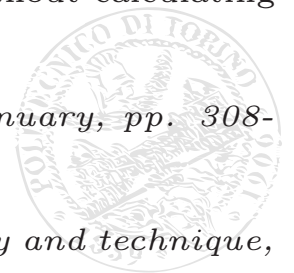
1963 Marquardt An algorithm for least squares estimations of nonlinear parameters , *SIAM Jour.*, 11, 431-441

1964 Fletcher Reeves Function minimization by conjugate gradients, *Computer Jour.*, Vol. 7, July, pp. 149-154

1964 Powell An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives, *Computer Jour.*, Vol. 7, July, pp. 155-162

1965 Nelder Mead A simplex method for function minimization, *Computer Jour.*, Vol. 7, January, pp. 308-313

1969 Bandler Optimization methods for Computer Aided Design, *IEEE Trans. Microwave theory and technique*, Vol. MTT-17, August, pp. 155-162



Algoritmi stocastici (1/2)

- Nonostante esistano algoritmi di ottimizzazione stocastica molto diversi tra loro alcune caratteristiche basilari possono essere delineate:
 - prendono ispirazione dalle regole che governano alcuni fenomeni naturali (natural problem solving)
 - sono indipendenti dal problema specifico trattato
 - appartengono alla classe di algoritmi di ordine zero



Algoritmi stocastici (2/2)

- gli algoritmi hanno la capacità di trovare il punto di estremo globale di una funzione attraverso diversi ingredienti fondamentali:
 - esistenza di un *random factor* che rende la ricerca dell'ottimo diversa da run a run
 - accettazione di un deterioramento locale della funzione
 - accumulo di piccole variazioni migliorative
- come conseguenza si può affermare che:
 - gli algoritmi convergono lentamente alla regione ottima
 - la valutazione delle loro prestazioni va effettuata in modo statistico



Time-line ottimizzazione stocastica

1955 Metropolis Rosenbluth Teller Equation of state calculations by fast computing machines, *The Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1092

1965 Rechenberg Cybernetic solution path of an experimental problem, *Royal Aircraft Establishment (library translation)*

1965 Schwefel Kybernetische evolution als strategie der experimentellen forschung ..., *Diploma Thesis, Tech. Univ Berlin*

1966 Fogel Owens Walsh Artificial intelligence through simulated evolution, *Wiley, New York, USA*

1975 Holland, Adaptation in natural and artificial systems, *Ann Arbor Univ. Michigan Press*

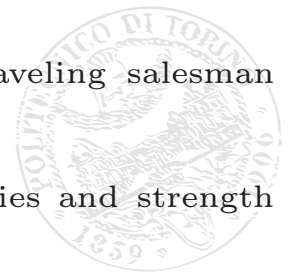
1989 Goldberg, Genetic Algorithms, *Ann Arbor Univ. Michigan Press*

1990 Ishida, Fully distributed diagnosis by PDP learning algorithm: towards immune network PDP model, *Proc. Int. Joint Conf. on Neural Network, San Diego USA*

1995 Eberhart Kennedy, Particle Swarm Optimization, *IEEE Int. Conf on Neural Network*

1997 Dorigo Gambardella, Ant Colony System: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, 1, pp. 53-66

1999 E. Zitzler, L. Thiele, Multiobjective Evolutionary Algorithms: a comparative case studies and strength Pareto approach, *IEEE Trans. On Evolutionary Computation*, Vol. 3, pp. 257-271.



Ottimizzazione integrata

- L'esperienza della ricerca sull'ottimizzazione applicata in ambito ingegneristico rende evidente come sia necessario affrontare i problemi integrando due aspetti:
 - algoritmo di ottimizzazione
 - problema specifico trattato
- esistono alcune caratteristiche delle procedure di ottimizzazione applicate che sono indipendenti dal tipo di approccio utilizzato e vengono quindi presentate a monte della descrizione dei metodi



Exploration/Exploitation (1/2)

- Il successo di un ottimizzatore globale risiede in un giusto equilibrio tra:
 - exploration: esplorazione dello spazio dei parametri per determinare quali siano le regioni piu' promettenti
 - exploitation: sfruttamento dei punti di buona qualita' per migliorare il punto estremo
- esistono due metodi di ricerca che sono estremi nel loro comportamento:
 - random search: le nuove configurazioni sono determinate *a caso* senza alcuna memoria dei risultati ottenuti in precedenza
 - hill-climbing: esplorazione locale attorno al punto migliore trovato



Exploration/Exploitation (2/2)

- La caratteristica di un metodo di ottimizzazione di realizzare un buon compromesso tra exploration e exploitation viene definita **robustness** del metodo (*Michalewicz*)
- la robustezza del metodo deve quindi essere in grado di:
 - convergere rapidamente alla soluzione in caso di problemi *facili*
 - ricercare la soluzione nello spazio dei parametri in caso di problemi *hard*
- una procedura di ottimizzazione *domain independent* dovrebbe riuscire a destreggiarsi in entrambi i casi senza richiedere alcuna aggiustamento dei suoi parametri di controllo



Valutazione OF (1/3)

- Un problema di ottimizzazione in ambito ingegneristico si trova spesso ad affrontare funzioni di valutazione ottenute per via numerica
- in questo caso si deve realizzare un compromesso tra:
 - accuratezza del modello
 - velocità di calcolo della funzione obiettivo
- laddove sia possibile ottenere la valutazione della *OF* in modi diversi e' possibile pensare ad un approccio a due step:
 - fase 1 utilizzo del modello piu' veloce (*coarse*) per ottenere una stima del punto di ottimo
 - fase 2 *assessment* della qualita' del punto di ottimo trovato attraverso il modello accurato (*fine*) del fenomeno



Valutazione OF (2/3)

- Esistono diversi approcci per realizzare modelli *coarse*
 - modelli analitici
 - modelli a parametri concentrati di fenomeni campistici
 - tecniche di partizionamento del problema in sottoproblemi indipendenti
 - interpolazione della funzione obiettivo
 - funzioni polinomiali
 - funzioni multimodali di approssimazione (*radial basis function*)
 - reti neurali



Valutazione OF (3/3)

- Esistono diversi punti critici che vanno affrontati in un approccio di questo tipo:
 - la validita' del modello *coarse* e' verificata intorno a determinate condizioni *nominali*, la ricerca dell'ottimo e' molto spesso tale da condurre il modello lontano da queste condizioni
 - il procedimento di *assessment* rischia quindi di partire da una configurazione molto distante dalla configurazione ottimale rendendo vana la prima fase
- e' quindi spesso necessario realizzare un accoppiamento piu' stretto tra i due modelli inserendo la fase di *assessment* all'interno del ciclo di ricerca



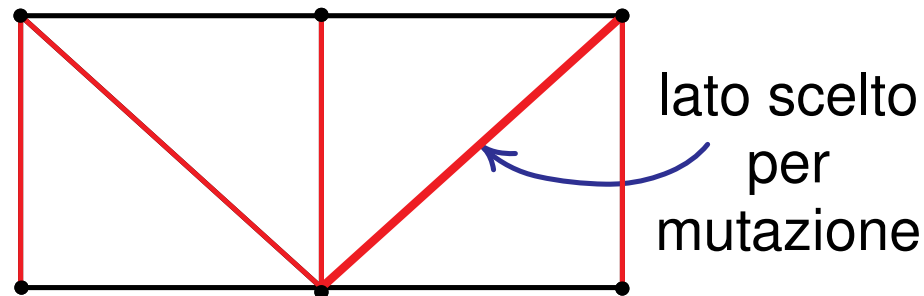
Trattamento vincoli (1/2)

- Molti algoritmi di ottimizzazione utilizzano operatori particolari per generare le nuove mosse di ricerca
- una scelta opportuna degli operatori e' molto importante per tenere in conto i vincoli del problema
- in certi casi la scelta della migliore implementazione degli operatori puo' decidere il successo del metodo
- esistono due modi possibili per tenere in conto vincoli specifici del problema
 - utilizzo di *penalty functions* che allontanano la ricerca dalle zone *non feasible* del dominio
 - utilizzo di tecniche che generino le nuove configurazioni in modo da soddisfare automaticamente i vincoli

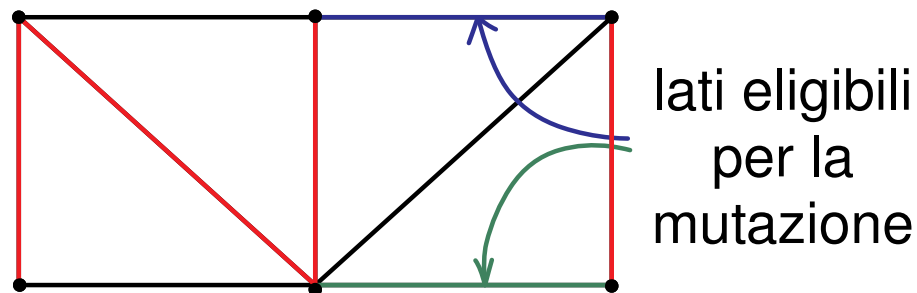


Trattamento vincoli (2/2)

- operatore mutazione applicato alla ricerca di un albero ottimo in un grafo



- limitare la scelta alle sole corde che congiungono i due sottoinsiemi di nodi separati dal lato sostituito genera automaticamente un sottografo albero



Struttura algoritmi stocastici (1/2)

- Nonostante la differenza delle strategie le tecniche di ottimizzazione stocastica sono accomunate da una struttura a due livelli
 - *basic level*: lavora in locale sulle configurazioni, genera i nuovi tentativi, valuta il valore della funzione obiettivo
 - *control level*: controlla la distribuzione della popolazione e dirige la ricerca verso l'ottimo globale, controlla la convergenza della ricerca
- l'esistenza di un basso livello di controllo centralizzato rende la struttura
 - intrinsecamente parallela
 - simile ad un sistema ad *agenti* che rende possibile l'applicazione *on-line*



Struttura algoritmi stocastici (2/2)

- La struttura degli algoritmi deterministici e' rigidamente centralizzata ed intrinsecamente seriale
- le caratteristiche complementari delle due classi di algoritmi:
 - algoritmi classici: seriali e con veloce convergenza all'ottimo locale piu' vicino (exploitation)
 - algoritmi stocastici: paralleli e con buone proprieta' di esplorazione
- rende possibile la definizione di tecniche di ottimizzazione ibride in cui il ciclo interno e' sostituito da un ottimizzatore deterministico

